

Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ π ΣΤΟΝ ΟΜΗΡΟ

Γιώργος Λυκούρας

Συνθέτης, μουσικολόγος

κι αυτός εις το πολύαστρον του αιθέρος
τα μάτια εστριφογύριζε σβησμένα.
Διονύσιος Σολωμός

Δεν έχει ερευνηθεί ιδιαίτερα από τους σχολιαστές των ομηρικών επών το γεγονός ότι οι θεοί που μπορούν να κινήσουν δραστικά την εξέλιξη της πλοκής στις δύο πρώτες ραψωδίες¹, ο Δίας και ο Ποσειδών αντίστοιχα, βρίσκονται στην αγαπημένη τους χώρα των Αιθιοπών. Οι Αιθίοπες λοιπόν, οι οποίοι εκτείνονται από τη Δύση μέχρι την Ανατολή (οί μὲν δυσσομένου Ὑπερίονος, οἱ δ' ἀνιόντος, α 23), που γεωγραφικά σημαίνει ότι βρίσκονται εξαπλωμένοι στη γραμμή της μόνιμης ισημερίας, δεν σηματοδοτούν παρά το πρώτο σκηνικό, δηλαδή την έναρξη του έργου, το γκονγκ, το καμπανάκι της δράσης, θα λέγαμε.

Η έννοια του λόγου ως μουσική

Πολύ πιο πριν από τον Εύδοξο τον Κνίδιο, τον μεγάλο μαθηματικό και αστρονόμο της Ακαδημίας του Πλάτωνα (όπως συνάγουμε από τον Άρατο), ήταν διαδεδομένη η γνώση του γεωγραφικού πλάτους ενός τόπου από το μουσικο-μαθηματικό του ιδίωμα, το οποίο μας έχει αποκαλυφθεί ως μουσικός λόγος. Εδώ, ο ισημερινός, που εκφράζεται με τον λόγο 1/1 (ισή μέρα - ισή νύχτα), αποδίδει και το βασικό μουσικό διάστημα της ταυτοφωνίας, το διάστημα πρώτης. Για τα μαθηματικά, ο παραπάνω λόγος είναι ο λόγος της ταυτότητας και τα μαθηματικά μεπερδεύονται με την ποίηση μέσα από τη μουσική². Αν δεν διαταραχθεί η μουσική συχνότητα, αν δεν αλλάξουν τα μουσικά διαστήματα, δηλαδή οι μουσικοί λόγοι, δεν θα έχουμε μέλος, τουτέστιν ποιητική-μουσική δράση, που θα οδηγήσει τα πάθη και τα ανομημάτα των πρώων σε λύση και ισορροπία λυτρωτική.

Αυτό συμβαίνει γιατί για τη μουσική -γνωρίζουμε ότι τα ομηρικά έπη ακούγονταν μελοποιημένα σε μια πρώτη εποχή-, η ισημερία, δηλαδή ο λόγος 1/1, δεν αντιστοιχεί, σύμφωνα με την αρμονική θεωρία, παρά με την υπάτη υπατών, τον πιο βαρύ φθόγγο της μελωδικής μας πορείας στην οποία ηχεί η πιο μπάσα ανοικτή χορδή του μουσικού οργάνου μας. Για τη μουσική πυθαγόρική θεωρία, το μουσικό διάστημα, συνεχώς μεταβαλλόμενο -όπως ακριβώς μας ορίζουν οι συχνότερες των φθόγγων της μελωδίας-, αποτυπώνεται με τους όρους του ρητού κλάσματος, του λόγου, όπως λέμε στη μουσική. Για παράδειγμα, ο λόγος 3/2 (όπου ηχεί πρώτα η ανοικτή χορδή-υπάτη, μήκους 3, και κατόπιν ηχεί το μειωμένο τρίμη της, μήκους 2), είναι ο κωδικός λόγος της καθαρής πέμτης, μιας εκ των τριών διαστημάτων οκταβών, όπως το διάστημα ντο/σολ.

Αν θέλουμε να συνδέσουμε την αρχαία με τη βυζαντινή μουσική, αυτή η υπάτη δεν είναι παρά το λεγόμενο ίσο, που δίνει την τονική βάση, την έναρξη και το πέρας της μελωδίας μας. Επειδή όμως ο φθόγγος αυτός είναι ο βαρύτερος όλων, μπορούμε να πούμε

ότι είναι ο «θεικός» φθόγγος - αρχή απ' όπου ξεκινά το ενήχημα ή απήχημα που προΐσχυάζει τον ακροατή και με το οποίο προηγείται και εισάγεται ο μουσικός τρόπος, δηλαδή η μουσική κλίμακα του μέλους.

Για τη γεωγραφία, ο λόγος 3/2 αποδίδει τη γραμμή της Βαβυλώνας, όπου στις 21 Ιουνίου κάθε έτους, την ημέρα της θερινής τροπής, της μεγαλύτερης σε διάρκεια ημέρας δηλαδή, ο λόγος της διάρκειας του φωτός προς τη διάρκεια του σκότους είναι 3/2. Μάλλον οι «καλοί» λόγοι, τα «σύμμετρα διαστήματα», όπως ο 2/1, ο 3/2, ο 4/3, που ήταν ο λόγος της αιγιπταϊκής θήβας, αλλά και άλλοι ρητοί λόγοι, όπως ο 7/5 της Κάτω Αιγύπτου, ο 12/7 του νότιου Καυκάσου -της μυθικής Αίας- και άρρητοι όπως ο ϕ των Δελφών³, βοηθούσαν τους τόπους να δογματίζουν με βεβαιότητα την ιερότητά τους.

Με τη μικρή αυτή παρέκβαση (ίσως κατανοήσουμε καλύτερα για ποιο λόγο για τους μουσικούς της αρχαιότητας οι τοπικές μουσικές κλίμακες, δεν ήταν ανεξάρτητες από τη γεωγραφία αφού και αυτές, για τα μαθηματικά τουλάχιστον, εκφράζονταν με διαστήματα ρητών λόγων). Αλλά αυτό το μουσικό διάστημα, ως ρητός μαθηματικός λόγος, το κλάσμα, όπως το λέμε σήμερα, παρ' ότι φαίνεται έτσι, δεν αποτελείται από εντελώς αμοειδείς όρους-παράγοντες. Μπορεί η πρωταρχική μορφή του να εκφράζει τη βασική ιδέα του μέτρου και της λογιστικής-μαθηματικής σχέσης (δηλαδή το πόσο χωρά ο αριθμητής στον παρονομαστή, ή πόσο τον υπερβαίνει, όπως βλέπουμε και στη θεωρία της μουσικής στον Ευκλείδη⁴), αλλά για την πρόωμη μαθηματική επιστήμη και θεολογία, η ουσία του λόγου συντηρείται από δύο αντίθετους πόλους.

Ακόμα και ο λόγος της ταυτότητας, που είπαμε πιο πάνω, ο 1/1, για τη γεωγραφία τουλάχιστον, εικονίζει την αντίθεση φωτός και σκότους, έστω και εν ισοδυναμία.

Είναι γνωστά τα πυθαγόρεια ζεύγη των αντιθέτων μέσα από το έργο *Μετά τα Φυσικά* του Αριστοτέλη. Ένα από τα ζεύγη αυτά ήταν και το

«φως-σκότος» πάνω στο οποίο δομήθηκε η ουσία του γεωγραφικού λόγου-κλίματος, που είδαμε πιο πάνω, και ένα άλλο ήταν το «ευθύ-καμπύλον» που μας θυμίζει ένα χωρίο του Ηράκλειτου (ταλιντροπος ἄρμονιη δίκωσπερ τόξου καὶ λύρης, 51). Βέβαια, ο Ηράκλειτος, σφοδρός πολέμιος του Πυθαγόρα, χρησιμοποιεί την παρομοίωση του για να μας μιλήσει για τη ζωή και το θάνατο ως αρμονική και εν δυνάμει ενότητα⁵, αλλά, αν αφησούμε για λίγο τη φιλοσοφία, θα επανέλθει στο μυαλό μας η εικόνα των μερών του τόξου και της λύρας που μας οδήγησαν στην πυθαγορική δυάδα. Έτσι βλέπουμε από τη μια μεριά τα σταθερά και *αγκύλα*⁶ μέρη τους, όπως είναι ο *άντυξ*, ή ο *όρυξ* του τόξου ή ο *πήχυς-κέρας* της λύρας, και από την άλλη είτε θα βλέπουμε την παλλόμενη χορδή του φωνικού τόξου είτε θα ακούμε τη μελωδία από τις χορδές της απολλώνιας λύρας: και στις δύο περιπτώσεις οι χορδές αυτές, όταν ηρεμούν, δίνουν τέλεια τη μαθηματική ιδέα της ευθυγραμμίας. Ίδια εντύπωση θα μας δώσουν το αιγυπτιακό τρίγωνο ή η άρπα της Κέρου, μουσικά όργανα που προέρχονται από το πολύ μακρινό παρελθόν της 3ης ή της 4ης χιλιετηρίδας π.Χ. (εικ. 1, 2 και 3).

Μεγάλο ενδιαφέρον έχουν οι μονάδες μέτρησης των αντίθετων μεγεθών του καμπύλου και του ευθύγραμμου. Είναι σχεδόν προφανές

ότι οι πόδες αφορούν τη μέτρηση των δύο διαστάσεων της επιφάνειας, του μήκους και του πλάτους. Ο *πήχυς* μπορεί εν τέλει, μετά τους κλασικούς χρόνους, να φαίνεται ότι μετρά τα πάντα – πράγμα που είναι λάθος –, αλλά, όπως ξέρουμε από τα ομηρικά έπη, τα έργα του Ηοϊόδου και την αρχαία ποίηση, ο *πήχυς* ήταν εκείνος που με σαφήνεια και αποκλειστικότητα μετρούσε την τρίτη διάσταση, το ύψος, και τις καμπυλότητες.

Οι πρόγονοί μας αναμφισβήτητα θεωρούσαν τη διάσταση του ύψους, *εφ' όσον* οδηγούσαν στην ουράνια σφαίρα ως προέκταση της όρθιας στάσης, ως μίσηση των διαστάσεων στις οποίες κινούνται οι θεοί εντός του καμπύλου του ουράνιου θόλου. Άλλωστε, όπως γνωρίζουμε και από τη σύγχρονη λατρεία, η στάση της ικεσίας θέλει τους πήχεις των χεριών μας κατακόρυφους (εικ. 4).

Έτσι μπορούμε να καταλάβουμε γιατί αποσιωπήσατε κυκλικές ή καμπύλες γραμμές ή το μήκος ενός ακοντίου, για παράδειγμα, ήταν αδιανόητο να μετρηθούν με πόδες, αλλά μόνο με πήχεις, κι ας είχαν πολλές φορές πήχεις και πόδες το ίδιο μέτρο.

Η δυάδα λοιπόν *ευθύ-καμπύλον* ως ενότητα, *κουβαλά* την αντίθεση των μέτρων τους (*τους-πήχυς*).

Η αντιπροσωπευτικότερη ιδεατή μορφή της αντίθεσης «ευθύ-καμπύλο» ενσωματώνεται στον κύκλο, ως κωδικός, με το γνωστό μας από τα μαθηματικά π. Όλοι οι ορισμοί μιλάνε για το λόγο:

$$\pi = \frac{\text{μήκος περιφέρειας}}{\text{μήκος διαμέτρου}}$$

Αυτός ο τύπος του λόγου (ολόκληρη η περιφέρεια προς τη διάμετρο) σφραγίστηκε μας δίνει την εικόνα της ηλιακής φύσης του φωτός, τον ηλιακό τροχό του «τοξευτή» Απόλλωνα. Πολλές φορές συναντάμε όμως και το λόγο της ημιπεριφέρειας που συμβολίζεται από το ημικύκλιο-τόξο της «σαϊτεύτρας» Αρτέμιδος που ταυτίζεται με το μισοφέγγαρο της ανείας και της παρβενίας (‘‘Ηλιος δέμβελής ηδ’ ἰλαίρα Σελήνη, Εμπεδοκλής, Περί φύσεως 40).

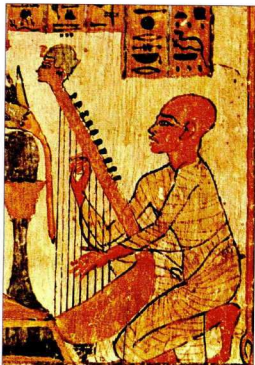
$$\pi/2 = \frac{\text{μήκος ημιπεριφέρειας}}{\text{μήκος διαμέτρου}}$$

Ποια ήταν η ελληνική προσέγγιση για το π, προτού αποδειχθεί το άρρητο του λόγου από τον Ιπποκράτη τον Χίο και τους άλλους μαθηματικούς, προτού δηλαδή αποδειχθεί μύθος ο τετραγωνισμός του κύκλου; Όλοι αναφέρουν το λόγο 22/7, αλλά δεν ξέρουμε πότε. Από αυτόν το λόγο (3 1/7) ξεκινά και ο Αρχιμήδης για να «παίξει» πάνω στη θεωρία της εξάντλησης του Ευδόξου: 3 10/71 < π < 3 10/70

Υπάρχουν ιστορικά στοιχεία από τα οποία συνάγεται ότι ο π προσεγγίστηκε από τους Βαβυλωνίους⁷ στις αρχές της 2ης χιλιετίας π.Χ., συγκεκριμένα με το λόγο 25/8, δηλαδή με τον μικτό αριθμό 3 1/8. Ακόμα, είναι γνωστή, από τον πάπυρο του Rhind (17ος αιώνας π.Χ.), η προσέγγιση του π από τους Αιγύπτιους, ως 256/81⁸. Οι ιστορικοί αφήνουν για τους Έλληνες την καλύτερη προ Αρχιμήδους προσέγγιση του 22/7, δηλαδή του 3 1/7, και μην έχοντας απτά μαθηματικά στοιχεία για τους προηγούμενους αιώνες, την αποθεύουν στον 5ο αιώνα π.Χ. Εν τούτοις όλοι αναγνωρίζουν στους Έλληνες τη θεωρητική υπεροχή τους και αναφέρονται στην έκρηξη των ελληνικών μαθηματικών στο β' μισό του 5ου αιώνα π.Χ.⁹



1. Άρπα με όργανα αντίκλισης. Ταχυγραφία από τον τόξο του Ναχτ στις Θήβες.



κείμενα, όπως για παράδειγμα στα *Αρμονικά* του Αριστόξενου. Στην *Ιλιάδα*, αλλά και στην *Οδύσεια* έμμεσα, βεβαιωνόμαστε ότι ο Όμηρος είναι γνώστης της «μουσικής μονάδος» του Αριστόξενου, δηλαδή του 1/12, αφού χρησιμοποιεί τους αριθμούς 3 και 4 σαν συζυγείς αριθμούς (τριπλή τετραπλή τ' άποτείσσομεν, Α 128 και αμφί δ' αὐτῷ τριχθά τε καὶ τετραχθά, Γ 363)¹³. Με τη γνώση αυτή ο Όμηρος πλέον μπορεί να θέτει διαφορετικά μέτρα για τα αντίστροφα μεγέθη:

ἀλλ' ἀνεχάξετο τυτθόν, οἴόμενος θανεέσθαι
θρήνην ἐφ' ἑπταπόδην
(καὶ χῶθηκε στο διάδρομο που ἔχει ἐφτά πόδια μήκος, γιατί πολύ φοβότανε τα βέλη μην τον φάνε, Ο 278)

ἐν δ' ἄρα χειρὶ ἔγχος ἔχ' ἐνδεκάπηυ
(καὶ κράταγε στο χέρι του ἔντεκα πήχες δόρυ, Ζ 319)

Ποιο μέγεθος οφείλει να μετρηθεί σε επτά πόδες, και ποιο σε έντεκα πήχεις; Πόσο μπαίνει η ποιητική ανάγκη σ' αυτήν τη λογιστική πρακτική και πόσο η θεολογική δογματική ως εργαλείο της μαντικής, δηλαδή της «επισημαντικής» πρόβλεψης στην εξέλιξη του έπους ή στο μέλλον των ηρώων; Μήπως ο Όμηρος χρησιμοποιεί τους αριθμούς και τα μέτρα τους συμβολικά για να μας μλήσει για τις θείες ιδιότητες, για τα χα-

Οι αριθμοί και οι λόγοι στα ομηρικά έπη

Στα ομηρικά έπη, οι αριθμοί παίζουν ένα ρόλο που φαίνεται να ταλαντεύεται ανάμεσα στην ποιητική μεταφορά και στον θρησκευτικό συμβολισμό. Ο Όμηρος από αρκετούς σχολιαστές και ερευνητές του αντιμετωπίζεται και ως θεολόγος, ή μόνον έτσι, όπως, για παράδειγμα, από τον Συριανό¹⁰. Για τους μελετητές αυτούς οι αριθμοί δείχνουν να μετέχουν τόσο ισχυρά σ' αυτήν τη θεολογική-αλληγορική λειτουργία, ακριβώς όσο έντεχνα διανθίζουν την ποιητική-λογιοτεχνική πλοκή. Στην *Οδύσεια*, για παράδειγμα, έχουμε την εμφάνιση του πιο μεγάλου διαιρέτη-αριθμού που παρουσιάζεται στα ομηρικά έπη, του 7. Το επτά, βέβαια, είναι ένας σημαντικός αριθμός, που, εκτός των άλλων, συνδέει τα δύο ημερολόγια – το σεληνιακό και το ηλιακό – και είναι ο πρώτος τη τάξει αριθμός στην απολλώνια θρησκευτική παράδοση¹¹ (τὰ μὲν ἑπταχα πάντα διεμοιράτο δαΐζων: και το μοιράζει ακριβώς το κρασι ἐφτά κομμάτια, Ξ 434). Η θεωρία της μουσικής, βασική εικόνα θεολογίας κι αυτή, όπως γνωρίζουμε από τους Πυθαγόρειους και τον Πλάτωνα, δεν ήταν αμέτοχη σε αυτήν τη διαφοροποίηση. Πρέπει όμως να σκεφτούμε διαφορετικά όταν ψάχνουμε την αιτία για την οποία ο Όμηρος επιλέγει το 7 ή άλλους αριθμούς, όχι για να μοιράσει, όπως πριν με τον 1/7 (ἑπταχα) ή με τους 1/3 και 1/4 για παράδειγμα (τριχθά και τετραχθά), αλλά για να λογαριάσει μια διάσταση ενός μεγέθους. Αυτό σημαίνει ότι ο Όμηρος χειρίζεται τη μαθηματική γλώσσα σαν δυσίκτη λογιστική πράξη, αφού χρησιμοποιεί ευχερώς μονάδες-μέτρα για τις έννοιες του πολλαπλάσιου και του υποπολλαπλάσιου¹², που τουλάχιστον για τη μουσική τις βλέπουμε σε πολύ κατωπίνα



3. Ο αρσίστης της Κέρου. Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο, Αθήνα.

ρακτηριστικά ιδιώματα των ηρώων και για να ερμηνεύσει τα φαινόμενα; Μήπως ο ποιητής κάνει και επίδειξη γνώσεων απευθυνόμενος σε έναν μικρό αριθμό μπημένων; Είναι η αριθμοσοφία της προ-ομηρικής εποχής δυναμικά παρούσα και ικανά θεμελιωμένη, ή εν σπέρματι και εντελώς απλοική σε σχέση με τον θεολογούμενο τρόπο που τη συναντάμε στους Νεοπυθαγόρειους και τους Νεοπλατωνικούς και στις νεότερες θρησκείες; Υπάρχουν σχέδια μαθηματικής αλληγορίας στον Όμηρο;

Είμαστε υποχρεωμένοι, για να είμαστε κοντά στις απαντήσεις των ερωτημάτων, να θυμηθούμε τις αντιλήψεις που είχε για ορισμένους

2. Μουσικός παίζει προς τιμήν του θεού Πρω. Λεπτομέρεια. Μουσείο Λούβρου.

αριθμούς η κλασική τουλάχιστον εποχή. Ο αριθμός 11, για παράδειγμα, ήδη από την εποχή του Ησίοδου, δεν είναι ευνοϊκός ή, εν πάση περιπτώσει, θεωρείται πολύ χειρότερος του 12. Στην περίπτωση του Πλάτωνα, ο οποίος σέβεται τις παραδόσεις, ο αριθμός αυτός, συνδεδεμένος με το θάνατο του Σωκράτη και γενικά με τη θανατική ποινή και τους «έντεκα κληρωτούς» των θανατικών εκτελέσεων, θεωρείται απεχθής και μιαιρότατος:

ή δὲ **δωδεκάτη** τῆς **ἐνδεκάτης** μέγ' ἀμείνων (Ησίοδος, *Εργα* καὶ *Ἡμέραι*, 776)
τὰς διανομὰς ἔχει μέχρι τῶν **δώδεκα** ἀπὸ μᾶς ἀρ-
ξάμενος πλὴν **ἐνδεκάδος** (Πλάτων, *Νόμοι* 771 C)

Δεν υπάρχει η παραμικρή αμφιβολία ότι ο αριθμός 7, της γενέθλιας ημέρας του Απόλλωνα και της μουσικής, είναι ιερατότερος και ένας από τους κυρίαρχους στο ποιητικό παιχνίδι των αριθμών στον Όμηρο. Αλλά πολύ συχνά εμφανίζονται και οι θεμελιώδεις αριθμοί 100, 60, 50, 40, 20, 12, 10, 9, 6, 5, 4, 3 που ενισχύουν το ενδιαφέρον της διήγησης. Εν τούτοις εμφανίζονται και αριθμοί που αμέσως κινούν την υποψία ότι δεν μήκαν τυχαία, στην πορεία, ή δεν προτιμήθηκαν μόνο με λογοτεχνικά κριτήρια. Αυτοί οι αριθμοί είτε είναι –συνήθως– δυσχερήτοι αφού είναι *πρώτοι αριθμοί* και μεγαλύτεροι της δεκάδας, όπως οι 31, 19, 17 ή ο 11 για παράδειγμα, είτε αριθμοί που παράγονται από αυτούς, όπως ο αριθμός 22 που τον συναντάμε απευθείας (όπως στην περίπτωση του Αίαντα, αμυνόμενου πάνω στα καταστρώματα των πλοίων των Αχαιών, Ο 677, ή στην περιγραφή της πέτρινης θύρας του Κύκλωπα, ι 240), ή ως υπονοούμενο γινόμενος, 22 = 2x11 (κατά τη μονομαχία του Πανδάρου με τον Διομήδη, Ε 193). Έτσι ένας αριθμός μπορεί να κρύβεται, είτε παίνοντας τη μορφή ενός γινομένου είτε τη μορφή ενός λόγου, όπως στην περίπτωση της διάσωσης των 5 καραβιών του Μενελάου (από τα 60). Υποναείται εδώ ο δυσσημής, όπως θα δούμε, αριθμός 11, ως λόγος 11/12 και η «σωτηρία» αναλογία 5/60 = 1/12 (γ 299).

Έτσι λοιπόν εμφανίζονται ζεύγη αριθμών, όπως το (11,12), που είδαμε, ή το (9,10), που τονίζουν την αντίθεση των όρων τους. Ακόμα τονίζονται αριθμητικές ακολουθίες είτε κατά έννοια τάξης, όπως (... 9,10,11,12...), είτε κατά έννοια λόγου, όπως είναι τα ζεύγη (50,31), (31,19)¹⁴, (22,7) ή (11,7).

Οι αριθμοί 11 και 22

α. Ο Πλούταρχος μας έχει διασώσει στο *Περὶ Ἰσίδος* και *Οσίρεως* (367E) την αντίληψη για το δυοσίωμο του πρώτου αριθμού 17, που διχοτομεί τους «ἀρίστους» 16 και 18, μιαν αντίληψη που μας ξαναφέρει στο νοῦ ο Αριστειδῆς Κοιλντιλιάδης¹⁵. Ακριβώς ανάλογα αντιμετωπιζόταν και ο αριθμός 11. Οι αριθμοί 10 και 12 –για τους οποίους εκτιμούμε και σήμερα την ιδιαίτερη χρηστικότητα τους– κρίνονται μέσα από πολυάριθμες αναφορές σε κείμενα της ελληνικής γραμματίας ως ἀριστοί. (Οι δυο αυτοί αριθμοί, ως *προμηκεῖς*¹⁶, ως ορθογώνια δηλαδή, έχουν την ίδια περίμετρο).

Προφανώς ο ενδιάμεσός τους αριθμός, ο *αριθμητικός μέσος* τους, δηλαδή ο 11, με βάση την προηγούμενη λογική, δεν μπορεί παρά να ε-

ναι δυοσίωμος. Πρέπει λοιπόν να μελετήσουμε πολύ σοβαρά τις περιπτώσεις όπου ο Όμηρος αλλά και ο Ησίοδος και ο Πίνδαρος ακόμα βεβαίως την υπεροχή του 12, είτε όταν εμφανίζεται μόνος του, είτε σε αντίθεση με τον 11, όπως είδαμε στην περίπτωση του Ησίοδου. Πολλές φορές το ξεπεράσαμε του αριθμού 11 θέλει να τονώσει την ευτυχή εξέλιξη και την ευδαιμονία έλευση του γεγονότος ή της νίκης που θα συμβεί κατά τον επόμενο αριθμό 12.

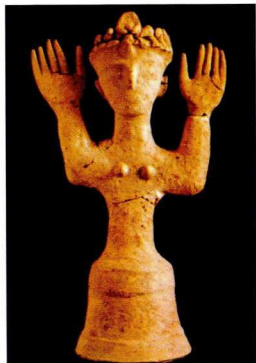
ἀλλ' ὁμοσον μὴ μητρὶ φίλῃ τὰδε μυθήσασθαι, πρὶν γ' ὄτ' ἂν **ἐνδεκάτη** τε **δωδεκάτη** τε γένηται (Μα αν δεν περάσουν οι έντεκα και δώδεκα αν δε γίνουν, ορκίσου πως δε θα το πεις στη μάχη την καλή μου, β 374)

Είμαστε βέβαιοι τώρα ότι θα βρούμε υπερβάσεις και του 17. Και πράγματι:

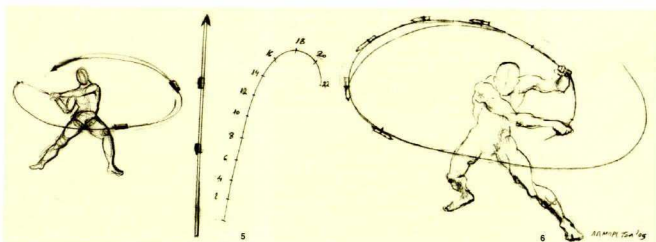
ἐπτά δὲ και δέκα μὲν πλὴεν ἤματα πομποποιούων, **ὄκτωκαιδέκα** δ' ἐφάνη ὄρεα σκόοντα, γαίης Φαιήκων (Και έπλεε μέρες δεκαεπτά στις θάλασσας τον πόνο, στις δεκαοχτώ φάνηκανε τα ὄρη των Φαιάκων, ε 278)

Να ο Όμηρος που φανερώνει ουσιαστικά στους μνημόνες στα μαθημάντικα την ευνοϊκή προοπτική του Οδυσσέα όταν βρίσκεται κοντά στο νησί των Φαιάκων, ένα βήμα δηλαδή πριν από το αίσιο τέλος της οδυσσείας του.

Με περισσότερη αυτοπεποίθηση τώρα επανερχόμαστε στον αριθμό 11. Το ότι το δόρυ του Έκτορα έχει μήκος έντεκα πήχειων (έν δ' ἄρα χειρὶ ἔγχος ἔχ' **ἐνδεκάπηχου**, Ζ 318 και Θ 494) σηματοδοτεί την τραγική κατάληξη για τη ζωή του ἤρωα και προϋποθέτει ὅτι το κοντάρι του Αχίλλεα θα είναι ή διαφορετικό (έως βριθύ μέγα σιβάρων· το μεν οὔ δύνατ' ἄλλος Αχαιῶν



4. Πλήνιο μινωικό ειδώλιο. Αρχαιολογικό Μουσείο, Ηράκλειο.



πάλλειν. Τ 388) ή μεγαλύτερου μήκους (προίει δολιχόσκιον ἔγχος¹⁷, Χ 273). Το ίδιο τραγική είναι και η μοίρα του Ασπεροπαίου, αφού σκοτώθηκε από τον Αχιλλέα την ενδέκατη ημέρα αφού τον έφτασε στην Τροία (ήως **ενδέκατη** ὅτε ἴλιον εἰλήλουθα, Φ 156).

Ακόμη, το 11, μην μπορώντας να οδηγηθεί στο νικηφόρο 12, σημαδεύει τελικά και το μέλλον του ίδιου του Αχιλλέα, αφού δεν πρόκειται να χαρεί ο ίδιος την άλωση της Τροίας, που θα αποτελούσε, αν ζούσε, τη δωδέκατη στη σειρά κατάκτηση στο στην Ήρα: **Δώδεκα δὴ σὺν νηῦι οἴποιε ἀλάπαξ ἀνθρώπων, πεζός δ' ἔνδεκα φημι κατὰ Τροίην ἐρίβωλον** (Κυρίαρχη της θάλασσας δώδεκα πολιτείες, κι έντεκα λέω στεριανές της εύφορης της Τροίας, Ι 328).

Σε μια δεύτερη περίπτωση, στο θάνατο του Αχιλλέα, οι 17 ημέρες είναι ημέρες θρήνου ενώ η επόμενη, η 18η, είναι η ημέρα της απόδοσης των τιμών προς τον ήρωα, που ξεκινά με την καύση του σώματος του νεκρού.

Ἐπτά δὲ καὶ δέκα μὲν σε ὁμῶς νύκτας τε καὶ ἡμῶν κλαίοντες ἀθάνατοι τε θεοὶ θνητοὶ τ' ἀνθρώποι, ὀκτωκαιδεκάτῃ δ' ἐδόμην πυρὶ (Τον κλαίγας μέρες δεκαεπτά, θεοί μαζί κι άνθρωποι κι μόλις γίναν δεκαοχτώ κάψαμε τον νεκρό του, ω 63)

β. Το ίδιο δυσμενές φαίνεται να είναι και ο αριθμός 22, που συνοδεύει τον τραγικό Αίαντα (Ο 677), τους «κλαίοντες» συντρόφους του Οδυσσέα (κ 206), αλλά και το μονόλογο του άτυχου Πανδάρου, που σκοτώθηκε από τον Διομήδη, γεγονός που περιμένε, αφού ο 22 ήταν ο αριθμός των αλόγων του (Ε 193).

νώμα δὲ Ξυστόν μέγα ναύμαχον ἐν παλῆμῳ κολητῶν βλητῆροις δὺωκαικοσίτηχῳ (Μέγα Ξυστό θαλασσινό έπαίξε μες στα χέρια, που νά με βλητῆρα κολλητό, εικοσιδυό πηχες, Ο 677)
βῆ δ' ἐνάι, ἅμα τῷ γε δῦω καὶ εἰκοσ' ἑταῖροι κλαίοντες κατὰ δ' ἅμμε λίπον γῶντας ὀπισθεν (Κλαίγοντας Έξκινῆσανε οι εικοσιδυό συντρόφοι και πίσω μας αφήσανε να λιώνουμε στο κλάμα, κ 206)
ἐνδέκα διῆφροι καλοὶ πρωτοπαγεῖς νεοτευχέδες ... παρὰ δὲ σφιν ἐκάστω δίζυγες ἵπποι (Έντεκα κατακainουργα πανέμορφα αμάξια ... και το καθένα απ' αυτά είχε ζευγάρι με ἵππους, Ε 193)

Όστόσο κοιτάζοντας με περισσότερη προσοχή ορισμένα σημεία, διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν μερικές εξαιρέσεις που κλονίζουν τα επιχειρήματά μας. Έτσι προβληματίζει το γεγονός ότι στην περίπτωση του Αίαντα (που με δεξιά χείρα χειρίζεται πάνω στα καράβια το ειδικό για ναυμαχίες Ξυστόν όπλο των εικοσιδυό πηχών), ο αριθμός 22 δεν φαίνεται να είναι άμεσα δραστικός, όπως στην περίπτωση του Πανδάρου ή των συντρόφων του Οδυσσέα: δεν δείχνει να οδηγεί τον ήρωά μας σε κανένα τραγικό αποτέλεσμα και ούτε μπορεί να μας βοηθήσει να προβλέψουμε τίποτε από το μέλλον του. Ίσως αυτή η αδυναμία πρόβλεψης να αρθεί αν συνδυαστεί ο αριθμός μας με κάποιον άλλον αριθμό ή με κάποιο γεγονός, που αναιρεί την κακή προοπτική ή την ενισχύει. Αν παρακολουθήσουμε για παράδειγμα, τη συνέχεια της ιστορίας του Πανδάρου, θα δούμε ότι ο Λύκιος σύμμαχος των Τρώων «καταφέρεται» κατά του Απόλλωνος, υποβιβάζοντας τα ίδια του τα φοβερά τόξα¹⁸. Αυτή η «ύβρις» τιμωρείται άμεσα κι ως είναι ο Πανδάρου κληρονομικά θεράπων ιερέας του ἐκηβόλου θεού.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η αφήγηση που αφορά τη χρησιμοποίηση του 22, ως μέτρου χωρητικότητας, που μας προβληματίζει ιδιαίτερα, λόγω και του δύσχρηστου και του δυσοιάνου του αριθμού.

Ἴπποισιν μὲν πρώτα ποδώκειαν ἀγλά ἄεθλα θῆκε γυναικὰ ἀγεσθαὶ ἄμύμονα ἔργα ἰδίαν καὶ τρίποδ' ὠτίωντα δωκαικεκοσίμετρον, τῷ πρώτῳ (Για τ' ἄρματα αθλοπῆσαν τα πιο λαμπρά βραβεία: στον πρώτο να δίνανε γυναικὰ που να ζέρει τις πιο καλύτερες δουλειές να κάνει μοναχῆς της, κι ένα μεγάλο τρίποδα μ' αυτά, εικοσιδυάρι, Ψ 263)

(Η ιστορία αφορά έναν «εικοσιδυάρι» τρίποδο – το πρώτο έπαθλο της αρματοδρομίας, στους αγώνες για το νεκρό Πάτροκλο: όπως ξέρουμε νικητής ήταν ο Διομήδης με ηνίοχο τον Σθένελο. Σύμφωνα με τις παραδόσεις των λεγόμενων νόστων, που αναφέρονται στον ήρωα από τον Μίμνερμο, τον Πίνδαρο, τον Στράβωνα και φτάουν ως τον Πλίνιο και τον Βιργίλιο, όταν επέστρεψε στο Άργος μετά την Τροία, εκδιώχθηκε από τη γυναικὰ του Αιγιάλη και αναγκάστηκε να αποικήσει με τους συντρόφους του στο σύμπλεγ-

5. Οι δυνατός λειτουργίες του Ξυστόν, Σχηματική αναπαράσταση και ανάπτυξη.

6. «Ναύμαχο Ξυστό», Αναπαράσταση.

μα των νησιών της Τριμίτου, με γεωγραφικά πλάτος 12/7, ίδιο με αυτό του Καυκάσου, στα αποκαλούμενα νησιά του Διομηδή (Isola di Tremiti) στην ανατολική κεντρική Ιταλία.)¹⁹

Ακόμη πρέπει να ερευνηθεί και το ενδόχειμο-νο το 22, όπως άλλωστε και το 11, μαζί με κάποιον αμέσως επόμενο ή προηγούμενο αριθμό, συνδεόμενοι με δεσμό λόγου, να υπονοούν κάτι τι τρίτο.

Οι ρητοί λόγοι στον Όμηρο και το π

α. Αν προσπαθήσουμε να ερευνησουμε τι κρύβεται, ίσως, πίσω απ' τους αριθμούς του «καταλόγου των νηών» των Αχαιών, στη Β ραιψωδία της Ιλιάδας, η πρώτη μας ματιά αφορά τους «καλούς» αριθμούς. Έτσι μπορούμε να δούμε αίφνης το 12 να είναι ο αριθμός των πλοίων του Οδυσσεά και να τον δεχθούμε ανεπιφύλακτα σαν ένα σημάδι που εγγυάται την επιστροφή του στην Ιθάκη, πράγμα που τελικά συμβαίνει. Αν ήμασταν λοιπόν βέβαιοι, για τα αριθμητικά προημνήματα του Ομήρου και για τον ευνοϊκό αριθμό 12, θα προεξοφλούσαμε και το ευτυχές μέλλον του Αίαντα, αφού και αυτός οδηγούσε 12 πλοία της πατρίδας του, της Σαλαμίνας. Όλοι μας όμως γνωρίζουμε την τραγική μοίρα του ήρωα με την αυτοκτονία του και απορούμε διπλά για το αναποτελεσματικό του αριθμού. Το ίδιο θα απορούσαμε σε σχέση με τον αριθμό 11 των πλοίων του Εύμηλου (του αρχηγού των Φερών και της Ιωλκού), όπου θα διαπιστώναμε ότι το δυσούνο του αριθμού δεν επιφέρει καμιά επώδυνη κατάσταση για τον ήρωα, κατά την εξέλιξη του έπους ή στη συνέχεια, πέραν της «ήττας» του στην αρματοδρομία από τον Διομήδη, στους αγώνες για το νεκρό Πατρόκλο.

Ακόμη μεγαλύτερη έκπληξη θα μας προξένοσε –στην αφήγησή αμέσως μετά– η «αποτυχία» του ιερού αριθμού 7 των πλοίων του τόξο-βόλου Φιλοκλήτη, που κατοικούσε λίγο πιο βόρεια απ' τον Εύμηλο, και που τυραννίσταν, πληγυμένος οκτρά από δηλητηρωδές φίδι στη Λήμνο, μόνος μες στη δυσσομία της τήληγής του.

Οι δε Φεράς ἐνέμοντο ... και ἔυκτιμένην Ἰωλκόν.

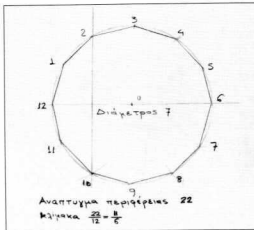
Ἐὼν ἥρξ' Ἀδμήτηιο φίλος παῖς ἔνδεκα νηῶν Εὐμήλος ...

Οἱ δ' ἄρα Μηθώνην και Θουμιακὴν ἐνέμοντο ...

Ἐὼν δε Φιλοκλήτης ἤρην τῶν εὖ εἰδῶς ἐπιπνεῶν

(Αὐτοὶ διοικούσαν τὴν Φεράς ... και τὴν Ἰωλκὴν τὴν πόλη, και για ὅλους ἦταν ἀρχηγός ο Εὐμήλος του Ἀδμήτου, ο γιος ο ἀγαπήμενος του με ἔντεκα καράβια ... κι οἱ ἄλλοι που διοικούσανε Μεθώνη, Θουμιακία τὸν Φιλοκλήτη γ' ἀρχηγὸ εἶχαν με ἑπτὰ καράβια, και ἦτανε αὐτὸς ο πιο εἰδικὸς ἀπ' ὅλους τοξοβόλους, Β 711-719)

Επομένως, πρέπει να αναθεωρήσουμε τις αρχικές και απλοϊκές μας, ίσως, βεβαιότητες (περί των ευσιωπών και δυσούωνων αριθμῶν), γιατί δεν επιτυγχάνουν πάντα τις μαντικές προβλέψεις τους, όταν λειτουργούν μεμονωμένα. Έτσι, αν θέλουμε να ελιπίσουμε σε μίαν ικανοποιητική ερμηνεία, καλό είναι να εξετάζουμε τους αριθμούς και εν σχέσει με άλλους, όπως πολύ συχνά μας



έχει συνθέσει ο Όμηρος. (Γιατί αλλιώς είναι αδύνατο να μην εκπλαγούμε που ένας άριστος αριθμός, όπως ο 12, είναι ταυτόχρονα και ο αριθμός των αθλιών γυναικών στο παλάτι του Οδυσσεά!) Ας δούμε λοιπόν την αλληλουχία των αριθμῶν, εκ των οποίων άλλοι αναφέρονται και άλλοι εννοούνται, σε δύο βασικά παραδείγματα.

Πεντήκοντά τοί εἰσιν ἐνὶ μεγάροισι γυναικες... τῶν δώδεκα πάσαι ἀναδείξει ἐπέβραον

(Πενήντα είχε για δουλειές γυναικες το παλάτι κι ἀνάμεσα τους δώδεκα ἀποδείχτηκαν βρομάρες, χ 421, για τους ἀριθμούς 50, 38 και 12)

Ἄυτάρ ἐγὼ πανάσπιος, ἐπεὶ τέκον υἱὰς ἀρίστους... **πεντήκοντά** μοι ἦσαν ὄτ' ἤλυθαν υἱὸς Ἀχαιῶν **ἐννεακαίδεκα** μὲν μοι ἴης ἐκ ἠνδῶς ἦσαν

(Εἶμαι ο πιο δύστυχος γιατί, γέννησα γιους γενναίους... και ὅταν πατήσαν ο Αχαιοὶ, κοντὰ μοι εἶχα πενήντα. Κι ἀπὸ τὴν ἴδια τὴν κοιλία ἦταν δεκαεννέα, Ω 493, για τους ἀριθμούς 50, 31 και 19).

Μπορούμε λοιπόν να συνδέσουμε τον αριθμό 12 των πλοίων του Αίαντα και της Σαλαμίνας, με τον αμέσως προηγούμενο αριθμό των 50 καραβίων της πόλης των Αθηνῶν σε μίαν εν αντιθέσει ἐνόητη, που σε αναλογία αντανακλά τη δύναμη και το πολιτικό πρόβλημα των δύο κοντινών περιοχῶν· ο ποιητής μεταλλάσσει το θέμα σε ένα αρμονικό, ημερολογιακό και «μαθηματικό» γεγονός²⁰.

Επομένως ας δεχθούμε ότι, όσο κοντά είναι οι τόποι του Φιλοκλήτη και του Εύμηλου, τόσο οι δύο αριθμοὶ των πλοίων τους σχετίζονται, δίνοντας με ποιητικό τρόπο μια σημαντική πληροφορία και ιδιότητα, που τόσο μεγάλο ρόλο έπαιξε στην ἐκβίαση του πολέμου της Τροίας. (Τα τόξα του Ηρακλή που είχε κληρονομήσει ο Φιλοκλήτης ὄφειλαν να μεταφερθῶν στην Τροία για να πείσει ἡ πόλη, ὅπως εἶχε προφητῆσει ο μάντης Κάλχας.)

Εδῶ μπορούμε να σκεφτοῦμε τον «φωτεινὸν» αριθμὸ 7, του Ἀπόλλωνος, να σχετίζεται με τον «σκοτεινὸν» 11, σημαίνοντας το λόγο του ημικυκλίου 11/7, που ασφαλῶς είναι ο κωδικὸς της ἡμιπεριφέρειας και τῆς χορδῆς του τόξου. Ο λόγος αὐτὸς φωτίζει τὴν αποκλειστικὴ ιδιότητα του Φιλοκλήτη, που με το ἀπολλώνιο τόξο-ἡμιπεριφέρεια, μας θυμίζει τὴν ἀντίθεση και ἐνόητη

«ευθύ-καμπύλο» που επεξεργαστήκαμε στην αρχή. Υποθέτουμε ότι εάν δεν έγινε, όπως πιστεύουμε, κάποια ανατροπή στην διάταξη του «καταλόγου των νηών»²¹, ο Όμηρος μέσα από την αντίφαση των όρων του π-και όχι μόνο εδω-χρήζει τα μαθηματικά ποιήγυα για μημηένους.

β. Αλλά καλύτερη μαθηματική αναπαράσταση του π επιτυγχάνεται όταν το ευθύ της διαμέτρου αντιπαραβάλλεται με ολόκληρο το ανάπτυγμα της περιφέρειας. Ας πάμε λοιπόν στην ιστορία του Αιάνα, που αμύνεται πάνω στα πλοία των Αχαιών. Ο Αίας χεριάζει λοιπόν το θαλασσινό ξυστό που έχει μήκος ή ανάπτυγμα 22 πηχών.

Οὐδ' ἄρ' ἔτ' Αἴαντι μεγαλύτερι ἦνδανε θυμῷ ἐσάμεν ἐνθά περ ἄλλοι ἀφέστασαν υἱεὶς Ἀχαιῶν· ἀλλ' ὅ γε νηῶν ἱκρί' ἐπιώχετο μακρὰ βιβάσθων, νόμα δὲ ξυστόν μέγα ναύμαχον ἐν παλάμῃσι, κολλήτρῃσι βλήτροισι, δωκαιοικοσίπηχυ (Οὔτε του Αἴαντα ἡ καρδίᾳ κρατοῦσε να' ναί περ, ἐκεί που οἱ ἄλλοι Αἰαοὶ ἦταν προφυλαγμένοι· οἱ ἀνέβηκε με δρασκέλειε στα ἱκρια των πλοίων. Μέγα ξυστό θαλασσινό ἐπαίει μεσ' στα χέρια, που ναί με βλήτρα κολλήτῃ εἰκοσίου πηχέσ, Ο 675)

Ο Αίας, βέβαια, σύμφωνα και με περιγραφές της Ελένης και του Οδυσσέα, είναι πελώριος (οἶτος δ' Αἴας ἐστὶ πελώριος ἔρκος Ἀχαιῶν, Γ 229), και πύργος (τοῖός γάρ σφιν πύργος ἀπώλεω, λ 556), ἔτσι μπορεί και χεριάζει με ευχέρεια και δεξιότητα (νόμα ἐν παλάμῃσι)²² ἔνα δόρυ διπλάσιου μήκους ἀπὸ ἐκείνου του Ἐκτορα (ξυστόν μέγα). Το ναύμαχον ξυστόν εἶναι το εἰδικὸ ὄπλο ναυμαχίας που βρίσκεται σωρὸ πάνω στα πλοία.

μακροῖσι ξυστοῖσι, τὰ ρά σ' ἐπὶ νηυσὶ ἐκείτω ναύμαχα κολλήεντα, κατὰ στόμα εἰμένα χαλκῷ (Μακρὰ ξυστὰ θαλασσινὰ ἐπάνω στα καράβια, που' ναί με βλήτρα κολλήτῃ ἵ ἐχουν χαλκὸ σπῆς μύτες, Ο 388)

Ο χαρακτηρισμὸς ναύμαχον το διαφοροποιεῖ ἀπὸ το κοινὸ ξυστό δόρυ του πολέμου της ξηρᾶς, το οποίο ο Όμηρος ἀναφέρει και αὐτὸ ως μακρόν ξυστόν (N 496) και ξυστόν χαλκήρες (Δ 469): ἀλλὰ της ξηρᾶς λειτουργεῖ διαφορετικὰ, με ἔγχος. Στα σχολία του Ευσταθίου, διαβάζουμε ὅτι το ξυστό εἶναι ἔνα μακρὸ δόρυ που σύγκεται ἀπὸ δύο μεμονωμένα, με την παρεμβολή ἑνὸς βλήτρον (Ἐστὶ δὲ βλήτρον ὁ σιδηροῦς κύκλος, δι' οὗ τὰ δύο ξυστὰ εἰς ἐν συμβάλλονται δόρυ ναύμαχον, Ευσταθίου Θεσ/κῆς σχολ. Ιλιάδ. 3, 783).

Ποθενὴ ὁμως δεν διαφαίνεται στον Όμηρο ἡ χρήση ἑνὸς μόνο βλήτρον, οὔτε ὅτι το ναύμαχον ξυστόν ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο μεμονωμένα. Ἐπίσης δεν ἀποσαφηνίζεται ο τρόπος ἡ οἱ πρόποἱ λειτουργίας του οὔτε ο τρόπος ἡ το εἶδος της σύνδεσης. Η παραπλάνηση των σχολιαστών εἶναι ἀτιολογημένη, δεδομένου ὅτι το μήκος 22 εἶναι διπλάσιο του μήκους του ἐνδεκαπηχέως δόρατος του Ἐκτορα που λειτουργεῖ ως μέτρο. (Για λόγους μηχανικῆς ἀντοχής και λειτουργίας, ὁμως, εἶναι εμφανῆς ἡ ἀνάγκη της χρήσης μεγαλύτερου αριθμοῦ συνδέσμων ἔκτος ἐάν το ναύμαχο ξυστό, πιστευμένο και με τις δύο παλάμες περιφέρειᾳ ἡ κινεῖται κομπιλούμενο, ὅπως περιφέρονται τα μάτια μας ἡ ὅπως γέρνουν τα

πουλιὰ τα φτερά τους ὅταν πετάνε²³). Αφού ο Όμηρος μας ἐνημερώνει ἀκόμα και για το δύο ἀχών δόρυ της ξηρᾶς (ἀμφιγυῖον), που εἶναι γενικότερη χρήση ἐπὶ πρῆμνησι μάχοντο ἔγχουσιν ἀμφιγυῖοις αὐτοσχεδόν, οἱ μεν ... οἱ δὲ: πάνω στην πρῆμνη μάχη με δίκοφρα κοντάρια, μαζί κι οἱ δύο, εἰτοῖται ... κι οἱ ἄλλοι (Ο 385), και ὀξέσι δὴ πελέκεσαι και ἀξίνησι μάχοντο και εἰφουσιν μεγάλοισι και ἔγχουσιν ἀμφιγυῖοις: και με τεσκούρια κοφτερά και ἀξίνες πολεμοῦσαν, με μεγαλύτερα σπαθῖα και δίκοφρα κοντάρια (Ο 712), εἰμαστε βέβαιοι για την ποικιλία των χρησέων του ξυστοῦ μαῖ (εἰκ. 5).

Ο Αίας κινεῖ το ναύμαχο ξυστό (που ἀναφέρεται και ως ἔγχος), με τρόπο που μας θυμίζει το δόρυ που «κόβει» κι ἀπὸ τα δύο ἀκρα. Αὐτὸ λειτουργεῖ, ὅπως ο σημερινὸς σταυρὸς το αυτοκινητοῦ, ἀλλὰ ὀριζόντια ἡ πλαγιαστά, ὅπως τα φτερά των πουλιών. Προφανῶς μόνον ἔτσι μπορεί να επιτεθεῖ κανεῖς ἐναντίον συγκεντρωμένων –ἐν περιφέρειᾳ– ἐχθρών, κινώντας το και με τα δύο του χέρια (εἰκ. 6).

Στην ἐξέλιξη της μάχης, ὅπου ο Ἐκτορας λίγὸ θέλει για να κάψει τα πλοία των Αχαιών, ο Αίας συμπτύσσεται, για να προφυλαχθεῖ ἀπὸ τα βέλη, στον ἔξλιτο διάδρομο (βήτρον), μήκους 7 ποδῶν, που βρίσκεται ἀναμεσα στις δύο πλευρές των θέσεων των κωπηλατών, στο κολὸ μέροσ του καραβιοῦ.

Αἴας δ' οὐκέτ' ἔμμεν· βιάζετο γὰρ βελέεσσι ἀλλ' ἀνέχετο τυτθόν, οἰόμενος θανέεσθαι βήτρον ἐφ' ἔπταπόδῃν, λίπε δ' ἱκρια νηὸς εἰσὸς, ἐνθ' ἄρ' ὀ γ' ἔσπηκε δειδοκήμενος, ἔγχε δ' αἰεὶ Τρώας ἄμυνε νεών, ὅς τις φέροι ἀκάματον πῦρ' (Ο Αίας πια δεν ἀντεχε: τον πιζάν τα βέλη και χωθήκε στον διάδρομο που 'χε ἔφτὰ πόδια μήκος γιατί φοβότανε πολὺ τα βέλη μην τον φάνε: τα καταστρώματ' ἄφησε του καραβιοῦ του ἰοῦ. Ἐκεῖ αὐτὸς παραμόνευε πάντα με το ξυστό του κι ἐδίωχνε ὅσους με φωτιά ἀπειλοῦσαν τα καράβια, Ο 727)

Το πῶσ ο Αίας με ορμητήριο αὐτὸ το βαθὺ κώλυμα του καραβιοῦ, σε αὐτόν τον ἐπίτασο εὐθὴ και μικρὸ διάδρομο, καταφέρει να χτυπήσει σχεδόν ταυτόχρονα (αὐτοσχεδόν) δώδεκα Τρώες που εἶναι ἀπὸ ἔξω και θέλουν να κάψουν το καράβι, εἶναι ἀπόδειξη ὅτι το ξυστό εδῶ, ὅ αὐτόν τον μικρὸ χῶρο, μπορεί να ἀναπτυχθεῖ σαν περιφέρεια. Επομένως ἡ χρήση του δεν εἶναι ἡ ἴδια με το κοινὸ δόρυ και ἐδῶ ο Όμηρος, με τους αριθμοῦς 22 και 7 μάλλον παραδίδει μαθηματικὰ γεωμετρίας: το ἀνάπτυγμα του ξυστοῦ θυμίζει το περιφέρῆς της σφῆρας του σφαιροκώλυου. Σ' αὐτὴν την περίπτωση το ξυστό θα ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρὰ ζυμμένα κοντάρια με ἐπιχαλκωμένες τις ακμῆς τους, που ἀσφαλῶσ θα εἶναι περισσότερα σε ἀριθμὸ ἀπὸ ἔνα και θα εἶναι κολλήμένα με βλήτρα πάνω σε εὐκαμπτο ἔξλο²⁴ ἡ σε εἰδικὸ μακρὸ ἰμάντα (εἰκ. 6). Ἐτα το ξυστό δόρυ του Αἴαντα δικαιολογεῖ την παροιμοῖα του Λ 574 ὅπου μέσα στο ζῶφο της μάχης ἀκόμα και το ἀπλὸ δόρυ μοιάει με θανατηφόρο φίδι που «γεύεται ζωντανή σάρκα» στα ἀκρα του ἔχει στόμα (στόμα εἰμένα χαλκῷ, Ο 387) και οὐρά που πάλεται κομπιλούμενη (οὐράχως πελεμῖχθη ἔγχος, Π 612).

Ἦ, καὶ μαϊμώνων ἔφεπ' ἔγγει' ὀξυόεντι.
 ὅς τις δὲ Τρώων κολίης ἐπι νηυσὶ φέροιο
 σὺν πυρὶ κηλείω, χάριν Ἐκτορος ἀτρύαντος,
 τὸν δ' Αἴας οὐτάσκει **δεδεγμένος ἔγγει μακρῷ
 δῶδεκα** δὲ προπάρειθε νέων **αὐτοσχεδόν** οὐτά
 (Ἐπὶ ἔλεγε, κί ὁμοίως μετὰ τὸ κορυτῆρο ἔυστο. Κι
 ὁποῖος ἐρχόταν Τρώας μεσ' σπὴν κοιλίᾳ του κα-
 ραβίου γιὰ τὸ πυροβολῆσαι, ὑπακούοντας τὸν
 Ἐκτορα αὐτόνα ὁ Αἴας ἔκοβε παραμονεύοντάς
 τὸν μετὰ μακρῷ τοῦ ὀπλοῦ μπροστά ἀπ' τὰ πλοῖα
 σκότωσε δώδεκα μετὰ τὴν μία. Ο. 742)

Τὸ εἰκοσι δύο πηχῶν ἔυστο ὄπλο τοῦ Αἴαντα, κα-
 μπιλοῦμενο, ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ διαγράψει
 μία πλήρη περιφέρεια, ἔχοντάς σταθερὴν διαμέ-
 τρο τὸν ἐπτάποδα ἔξυλο διάδρομο, ὅπου βρίσκε-
 ται ὁ ἥρωάς μας. Εἰδῶ ὁ Ὀμηροῦ κάνει μία ποιητι-
 κότητα ἐπιδείξει τῆς ἐλληνικῆς προσέγγισης τοῦ
 διαδουκὸ μεγέθους του π. (= 3. 141592...), ὡς λό-
 γου **227** (= 3. 142857...)²⁵, ὄχι ὅμως μετὰ τὸν μη-
 χανικὸ τρόπο ποῦ εἶδαμε στὴν περίπτωση τοῦ τό-
 ζου τοῦ Φλοκίτη γιὰ τὸ λόγο 11/7 τῆς ἡμιπερι-
 φέρειας, ἀλλὰ μετὰ μία μεταφορά, ποῦ πλησιάζει
 τὴν ἐπιστημονικότητα τῆς μαθηματικῆς αναπαρά-
 στασης²⁶.

γ. Τὸ πῶς οἱ δυσμενεῖς ἀριθμοὶ 11 καὶ 22, ὡς
 11/7 καὶ 22/7 μετὰ τὴν πρωτοποριακὴ θεωρία
 τῶν λόγων καὶ τῆς μουσικῆς, ἀπεκδύονται, μετὰ
 στα ὁμηρικὰ ἔπη, τὸν δισόμοιο καὶ σκοτεινὸ προ-
 σπεῖο τους καὶ γίνονται κωδικοὶ ἀριθμοὶ τοῦ κύ-
 κλου καὶ τοῦ ἡμικυκλίου, δηλαδὴ μαθηματικὰ
 σύμβολα, μόνον μία ἐκρηξὴ γνῶσεων, πληροφορι-
 ῶν καὶ ἀλλαγῶν γιὰ τὴν ἐποχὴ αὐτὴ μπορεῖ νὰ
 ἀπολογηθῆ. Ἡ βάση γιὰ τὸ ξεπεράσασιν τῶν
 ἐντονῶν διιστικῶν ἀντιθέσεων, κρινόντας τὴν
 ὁμηρικὴν ἱστορία αὐτῶν τῶν δύο ἀριθμῶν, υποθε-
 τούμεε ὅτι ἔξικαν πρὸ ἀπὸ τὸν Ὀμηροῦ. Οἱ νέες
 θεωρίες τῶν ἀναλογιῶν συνδέονται μετὰ τὸν ὄρο
 «ἁρμονία»²⁷ καὶ εἶναι ἀντανάκλαση τῆς ἐπιρροῆς
 τοῦ Διονύσου, ὡς ἀνερχομένου θεοῦ καὶ σὲ ἐνό-
 τητα μετὰ τὸν Ἀπολλῶνα. Βλέπουμε σπὴν πορεία
 τῆ Σαπφῶ νὰ ἀγνοεῖ τὶς παλιές φοβίες καὶ νὰ ἐπι-
 βαλλεῖ τὸν **ἐνδεκασύνταξ** τῆς. Διακόσια χρό-
 νια μετὰ, στὸ β' μισό τοῦ 5ου αἰῶνα π.Χ., υιοθε-
 τεῖται τὸ **ἐνδεκάχορδο** ἀπὸ τοὺς διδουραμβοποι-
 οὺς πιστοῦς τοῦ Διονύσου. Αὐτὴ ἡ μεταβολὴ –
 ποῦ τὴν ἀντίδραση προκάλεσε²⁸– ἀποτελεῖ,
 κατὰ τὴν γνώμη μου, τὴν μεγαλύτερη ἐπανάσταση
 σπὴν ἱστορία τῆς μουσικῆς. Ἡ νέα ἐνδεκάφθογγη
 «μουσα» ἀνετρεψε ἡ συμπληρώσει τὶς παλιές με-
 λωδίες τῆς τριχορδῆς λύρας, δηλαδὴ τὸ ἐπτά-
 χορδο, καὶ διέδωσε τὴν ἐλληνικὴν μουσικὴν πα-
 τῶτο, ὅπως μὲς πληροφοροῦν οἱ Ἴων ὁ Χίος²⁹.

ἐνδεκάχορδε λύρα δεκαβάρηνα τάξιν ἔχουσα
 τὰ συμφωνιαστικὰ ἁρμονίασι τριόδοσι·
 πρὶν μὲν σ' ἐπτάστον φθάλον δις τέσσαρα πᾶ-
 ντες Ἐλληνες σπανίαν μουσῶν ἀειράμενοι
 (λύρα μου ἐντεκάφθογγη τὰ βήματα σου δέκα,
 ποῦ ἕξεις τὶς συμφωνίας τριπλές·
 πρὶν ἀπὸ μὲς πὸ παλιν (σε τρεῖς χορδές μονά-
 χα) ἐπτάφθογγη – σὺ διο τετάρτες
 οἱ Ἐλληνες μοναδικῶς τὴν μουσικὴν ἐριπάζαν³⁰, ἴων
 ὁ Χίος, Λυρικά 3. 1)

δ. Ἀν τὴν φαντασία μας, γοητευμένη ἀπ' τὴν ἐλπίδα
 τῆς βεβαίωτης τῆς ἐρευνᾶς μας, συνεχίζει νὰ

ζητᾶ καὶ ἄλλες προ-ἐπιστημονικὲς ἀποδείξεις στὸν
 Ὀμηροῦ γιὰ τὸ π. τότε δὲ ἐρμηνεύσει καὶ τὴν πα-
 ρουσία τοῦ ἀριθμοῦ 22 τῶν πλοίων τοῦ *Γουένες*
 τῆς Κύπρου, ὡς κωδικοὶ κάμπυλλότητας ἡ περιφε-
 ρείας. Πράγματι ὁ Γουένες, ἀρχηγὸς τῶν ορεσί-
 βων κατοικῶν ἀνάμεσα σπὴν Διωδῶν, τὸν Ὀλυμποῦ
 καὶ τὸν Πηγεῖο, ἔχει ὄνομα ποῦ μὲς θυμίζει τὶς κα-
 μπίλες – ἐν ἀνοδῶ δηλαδὴ– κορυφωροῦμεν τῶν
βουμῶν-γουνῶν τῆς περιοχῆς, καὶ πατριδα, τὴν Κύ-
 πρου, ποῦ ἡ ἴδια ἡ λέξη δηλώνει τὸ χαμῆλωμα, τὴν
 ἐν καθόδῳ δηλαδὴ κυρτὴ κάμπυλλότητα. Οἱ ἐνοῦ-
 ρες τοῦ κυρτοῦ καὶ τοῦ κοίλου σὲ σύνθεσι δὲν εἶναι
 παρὰ ἡ εἰκόνα τοῦ κύκλου καὶ τοῦ οὐρανίου θό-
 λου. Ἡ γνώσι τῶν στοιχείων τοῦ κύκλου, τὸ μέτρον
 τῆς διαμέτρου καὶ τῆς περιφέρειας, δηλαδὴ τῆς
 γεωμετρίας, μαζί μετὰ τὸ πρῶτο μᾶθημα τῶν μαθημα-
 τικῶν, τὴν ἀριθμητικὴν καὶ μετὰ μία προεργασία τῶν
 λόγων καὶ τῶν ἀναλογιῶν, δηλαδὴ τῆς μουσικῆς, ποῦ
 διαφαίνεται στα ἔπη του, δύνου τὴν δυνατότητα
 στὸν Ὀμηροῦ νὰ μπορεῖ νὰ ορίσει καὶ τὸ τέταρτο
 μᾶθημα τῶν μαθηματικῶν ποῦ εἶναι ἡ γεωμετρικὴ
 σφαιρικὴ (στερεομετρία-αστρονομία). Μετὰ τὴν
 πληρότητα τῶν μαθημάτων μπορεῖ ἡ ἐποχὴ
 τοῦ νὰ σχεδιάσει καὶ νὰ μετρήσει ἀσφαλῶς ἀκρι-
 βέστερα τὰ πράγματα καὶ τὶς κατασκευές (ὅπως,
 γιὰ παράδειγμα, τὸν ὄγκο τοῦ *δοκαεικοσέμο-*
στρου τρίποδα) καὶ νὰ χρεοῖ τὴν ζωὴ (ὅπως ὅταν χο-
 ρεύουσι μπροστά στὸν Ἀλκίνοιο τῶν Φαίακῶν δύο
 χορευτῆς πετώντας μίαν ὁμοίωρη κόκκινη μπάλα,
σφαῖραν καλὴν μετὰ χερσίν ἔλοντο πορφυρέην,
 ἠ 372), ἢ νὰ προωθήσει τὴν «τέχνην» (τὴν τεχνολο-
 γία δηλαδὴ) μετὰ ἀπὸ ἔργα ὄχι μόνον πολέμου ἀλλὰ
 καὶ ἀθλητικῶν ἀνταγωνισμῶν (ὅπως εἶναι τὰ
 καινούργιοι τύποι ἀρμάτα: *διφοροὶ καλοὶ πρωτο-*
παγεῖς νεοτευχέες, Ε. 193). Αὐτὴ ἡ ἀνερχομένη
 ἐποχὴ τελικὰ, ὅπως βλέπουμε στὸν Ὀμηροῦ, εἶναι
 φορέας ἐνός πολιτισμοῦ ποῦ μπορεῖ νὰ ἐκτιμηθῆ
 –ὄχι μόνον ἠθικά, ἀλλὰ καὶ οικονομικὰ καὶ πολιτι-
 κά– τὰ δημιουργήματα τῆς φύσις, τῆς ἐργασίας
 καὶ τῆς δημιουργικότητας τοῦ ἀνθρώπου, μετὰ
 ἀπὸ ἐναν πρωτοφανῆ γιὰ τὴν ἱστορία τῆς λογοτε-
 χνίας ποιητικὸν τρόπον.

Σημειώσεις

* Ἡ παρούσα μελέτη ἀντιμετωπίζει τὶς μαθηματικὲς πληροφο-
 ρίες ἀπὸ τὰ δύο ἔπη συμπληρωματικὰ καὶ ὄχι ἀναλυτικὰ.

1. Καὶ σπὴν δύο σχετικῶς στίχους κυριαρχεῖ τὸ ρήμα *δαῖν*
 κατὰ ἀμοσὸ ἢ κατὰ παράγωγον τρόπον. *Ζεὺς γὰρ ἐς Ἰκεανὸν
 μετ' ἁμίμονας Αἰθιοπίας χθίσος ἔβη κατὰ δαῖτα, θεοὶ δ'
 αἴμα πάντες ἔποντο* (Α. 423) καὶ *Ἄλλ' ὁ μὲν (Ποσειδῶν)
 Αἰθίοπας μετ'εκάθε τ' ἄλλῳ ἔοντες, Αἰθίοπας, τοῖς διπλοῦς δε-
 δαῖται, ἔδοχαι ἀνδρῶν, οἱ μὲν δισόμοιοι ἴππεσσι οἱ δ'
 ἀνίοτος* (α. 22). Υποθέτουμε τὴν σχέση τοῦ δαῖτα μετὰ τὸ
 λόγον τοῦ ἰσημερινοῦ 1/1, δηλαδὴ μετὰ τὸν καταμερισμὸν, διὰ τοῦ
 δῖος, τῆς ἐξουσίας τῶν θεῶν.

2. Ὁ Θεῶν ὁ Σμυρναῖος ὀνομάζει τὸν 1/1 «των ἰσῶν λόγος»
 («των κατὰ μαθηματικῶν χρῆσιμων εἰς τὴν τοῦ Πλάτωνος ἀ-
 νάγνωσι», 31, ἐκδ. Hiller, Λεῖψια 1878). Ὅσο ἀφορᾶ τὰ πυ-
 θαγορικά μαθηματικά, ὅπου ἐντάσσεται καὶ ὁ Εὐκλείδης, τὸ
 τέταρτο μᾶθημά τους εἶναι ἡ ἁρμονικὴ θεωρία τῆς μουσικῆς,
 ἡ ὁποία μπορεῖ νὰ «μετρήσει» μετὰ τὰ διαστήματα τῆς ὄχι μόνον
 τοῦ μέλους ἀλλὰ καὶ τῆν προσῶδια.

3. Τὰ κλίματα τῶν τόπων, δηλαδὴ τὰ γεωγραφικὰ πλάτη
 τους, μετρίνονταν μετὰ τῆς μουσικτικῆς λόγους μετὰ
 καὶ μετὰ τὸν 2ο αἰῶνα π.Χ. Εἰδῶν νὰ τὴν γρῶσι δὲ ἀρμον-
 ῆς, ἔχομε κατὰ τὴν ἡμέρα τῆς ἄνευσης τῆς (21 ἰουνίου)
 διάρκειά ἡμέρας 14 ὥρες καὶ 50' καὶ νύχτα 9 ὥρες καὶ 10'
 ἀκριβῶς. Ὁ λόγος (145.6 / 91.6) = 1.618118... προσεγγίζει
 πολὺ τὸν ἀριθμὸν τῆς «χρυσῆς τομῆς», ὁ ὁποῖος συμβολίζεται

ως $\phi = (1,618033...)$ και είναι μια μαθηματική σταθερά που δηλώνεται ευρέως στη φύση. Στο ανθρώπινο σώμα, η εφαρμογή αυτού του λόγου στο ύψος του ανθρώπου μας οδηγεί στη θέση του ομφαλού. Για το ϕ των Δελφών, βλ. Γεωργίου Λυκούρα, «Για τη Μουσική Γλωσσική των Δελφών», Αρχαιολογία και Τέχνες 86 (2003), σ. 88-91.

4. Εκκλησίας, Καταγωγή κανόνων, στο εκδ. Carl Jan. Musici Scilicetus θάνατος, Αθήνα 1995, σ. 149-165.

5. Το έργο απόσπασμα του Ηράκλειτου είναι: τῷ οὐν τῶν ἀνομα βίος, ἔργον δὲ θανάτος (48).

6. Γύρω από το αγκυλί και το καμπύλο, ως ψάξουμε στον Όμηρο: και ἀγκυλά τῶς ἀφάντια (Ζ 321). Το αγκυλίον φαίνεται να είναι επιθετό μόνο του ημικυκλίου, ενώ το καμπύλιον συνήθως ολοκλήρου του κύκλου. Ας δοῦμε: ἤθη...βαλε καμπύλα κύκλο (Ε 722) και καμπύλιον ἄρμα (Ε 231).

7. Με βάση βαβυλωνιακές πινακίδες με υπολογιστικό-μαθηματικό περιεχόμενο, που βρέθηκαν γάλλοι αρχαιολόγοι το 1936, οι E.M. Bruins και M. Rutten ανακάλυψαν την προσέγγιση του π ως 3 1/8, δηλ. ως 3,125. Για τη βαβυλωνιακή και την αιγυπτιακή προσέγγιση του π ($\pi = 256/81 = 3,16049...$), βλ. Dirk J. Stulik, Ζωητική Ιστορία των Μαθηματικών, Ι. Ζαχαρόπουλος, σ. 49.

8. Οπότε Νεοπλατωνικά 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

9. Ο λόγος 256/81, της τιμής του π , ισούται με τέσσερις μουσικές ταυτότητες 4/3, ήτοι 256/81 = (4/3)⁴. Για το εργαζομένο φερέ της γεωμετρικής θεάς της δικαιοσύνης Μάατ, που ήταν και μουσική κανόνα (δηλ. του 1/3, που μας θυμίζει τον Αριστόξενον), είναι όμορφο να γραφτούν από λογιζόμενος σαν τον Ηρακλή Καλίνον, Εξέ προσηγορίας για την επομένη χιλιετία, Αθήνα 1995, σ. 96.

9. David Blatner, Η γάρα του π , Οκείνια, Αθήνα 1998, σ. 70. 10. Ο νεοπλατωνικός φιλόσοφος Συριανός (τέλη 4ου-αρχές 5ου αι. μ.Χ.), διδάσκαλος του Πρόκλου, λέγεται ότι είχε αναφέρει μυστηριώδη στον Όμηρο σε 7 βιβλία. Πιο πολύ από όλους τους άλλους Νεοπλατωνικούς πίστευε ότι το έργο του Όμηρου ήταν θεολογικό. (Ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της Χριστίνας-Μαρίας Μανωλά, *The Homeric Tradition in Syriac*, Αντ. Σταμούλης, Θεσσαλονίκη 2004).

11. Ο αριθμός 7, στον Όμηρο, είναι ο ερός αριθμός του θεού Ηλίου. Για την κλασική εποχή, το τετράγωνο ενός αριθμού είναι ο μαθηματικός ερός-ήρος ισότης, που στον Όμηρο εφόρτα είναι, επιβιβάζοντας τον αριθμό 7, Τραυλόμενος πλοῦρα τῆσσι δ' ἔκαστος μί 129. Εδώ υπονοείται η τετράγωνη αύξηση του 7, που μαζί με τη μονάδα -Ταῦρο η Κρίσ- μας δίδουν τον βασικό αριθμό 50 (50 = 7 + 1), ο οποίος είναι ο ολυμπιακός αριθμός (50 ασηνικοί μίγες = 4 έτη).

12. Πολύ σημαντικές για την έρευνά μας είναι οι έννοιες «εναντιο-» και «εναντιο-» που συνδέονται με τις έννοιες του πολλαπλασίου και του υποπολλαπλασίου. Αυτές προετοιμάζουν την εισοδό στη θεωρία των αναλογιών (όπου και η χρυσή τομή) για τα αρχαία μαθηματικά. Αρκεί να τις εξετάσουμε λίγο διαφορετικά από έναν φιλόλογο. Αντίστοιχα ο Όμηρος και ο Ησίοδος λένε, *εινείθε* (Αχαιεύς) *δ' ἀρα κλέα ἄνδρων Πέλοπος*, λέει ο ίδιος *εναντιος ἴστος ἴστος*. Τραυλόμενος πλοῦρα τῆσσι δ' ἔκαστος μί 129. Εδώ υπονοείται η τετράγωνη αύξηση του 7, που μαζί με τη μονάδα -Ταῦρο η Κρίσ- μας δίδουν τον βασικό αριθμό 50 (50 = 7 + 1), ο οποίος είναι ο ολυμπιακός αριθμός (50 ασηνικοί μίγες = 4 έτη).

13. Οι έννοιες του μέρους, τέρη, τέρη, κ.λπ.) και του πολλαπλασίου (τέρη, τέρη, κ.λπ.), συνδέονται μεταξύ τους κατά έννοια γεωμετρικά και όχι αριθμητικά (3 1/3 = 1, 4 1/4 = 1). Η γεωμετρική αντίληψη υπονοείται στη θεωρία της μουσικής (Αριστόξενος Αρμονία, εκδ. M. Meiboth, Αμστερνταμ 1652, B46), με την εφαρμογή του διωδικατημιρίου (1/3-1/4=1/12) του τόνου.

14. Με αυτούς τους λόγους έχουμε την πρώτη εφαρμογή της ακολουθίας της χρυσής τομής από τον Όμηρο: *αὐτὰρ ἔννυ*

ναπατομος, ἐπει τέκον υἱὸς ἀρίστους... πενήκοντά μοι ἦσαν δι' ἧλιθον υἱὸς Ἀγαυῶν ἔννεακαῖκα μέ μοι ἰς ἔννεός ἦσαν, τοὺς δ' ἄλλους μοι ἔπικον ἐνι μέγαροις γενναίους (Q 493). Είναι η τραγική σκηνή όπου ο διατύχης Πριάμος κτείνει τον Αχίλλεο για την παράδοση του νεκρού του Εκτορα. Τα νόμισμα σκόρα του Πριάμου είναι 9 και φυσικά τα νόβ3 31. Σε ἄλλο στόχο μαθαίνουμε ότι ο Πριάμος έχει 12 γεωμετρικά πενήκοντα ἔννεον ἄλλομον... ἐννὶ δὲ παιδὶς κομῶντο Πριάμο... δὴ δὲ ἔσαν τέκοντο θάλαμον... ἐννὶ δὲ γευθῶτο (Z 244). Η χρυσή ακολουθία του Όμηρου είναι: 50, 31, 19, 12... (50x = 31, 31x = 19, 19x = 12, όπου x είναι ο μικρός αριθμός της χρυσής τομής, x = 0.618033...). Η ακολουθία αυτή ακολουθία προφανώς έχει ὄριο το 1 (= Εκτορας).

15. Το τετράγωνο 4x4 έχει εμβάδον Ε = 4x4 = 16 και περίμετρο Π = 4+4+4+4 = 16. Το ορθόγωνο 6x3 έχει εμβάδον Ε = 6x3 = 18 και περίμετρο Π = 6+6+3+3 = 18. (Αριστοτέλης Κοινωνίας, Περὶ Μουσικῆς, εκδ. Α. Jan. Βερολίνο 1882, F12).

16. Πλάτων, *Θεαίτητος*, εκδ. Α. Jan. Ζαχαρόπουλος, Αθήνα, 148α. Στο χωρίο αυτό ο Θεαίτητος ορίζει τους τετράγωνα και ορθόγωνα αριθμούς.

17. Δόλους και δολογίες είναι ένας προ-γεωμετρικός ὄρος. Επακόλουθως, ο δολογός (δολογός) στον στίχο και μακροδολογός (δολογός), και είναι μίση του αρχέτυπου της γραμμής. Η εκδόνα του δολογός διακοσμεύει τη χρήση του ὄρου ως επιθετό του. Ίσως έχει ενδιαφέρον ότι ως μέτρο μίση συνδέεται με τον αριθμό 12. Συγκεκριμένα ο δολογός πριν από τους ελληνιστικούς χρόνους ισοδυναμούσε με 12 σταδία, όπως μας μεταφέρει ο Ηρώς Αλεξανδρινός, στα *Γεωμετρικά* (4,13).

18. Κύρια τέρητα και προσάρτη της Λυκίας ήταν ο Απόλλων. Ο ίδιος ο θεός είχε χάρισει τα τόξα στον Πάνδαρο και σε ἄλη τη Λυκία. Κατά μια παράδοση ο Απόλλων είχε γεννηθεί στα Πάτρα της Λυκίας (Απόλλων Λυκαγενὲς Κλυτοτόξω, Δ 101).

19. Οι πληροφορίες προέρχονται από τον Κ. Κερίνη, Η μύθοι των Ελλήνων, Εκδόση, Αθήνα 2001, σ. 560 και τον Ι. Κακρίδη, *Ο Όμηρος*, Εκδόση, Αθήνα 1985, σ. 23 και 142. Για τη μελέτη μας ή για παρεμπιπείως ερευνητικές προσπάθειες ενδιαφέρον οι «μυστηριώδεις» των γεωμετρικών πλάτων: α) 12/7 της Φάσως-Καυκάσιος και της αποίκησης του Διομήδη στα νησιά Τρέμει και Βί/3 της Κυκλάδων και της αποίκησης του Ιδομενέα στο Οστράντο, της Ιταλίας. Να σημειώσουμε ότι οι θεοσ της Φάσως και της Κυκλάδων ήταν από αιώνων αστρονομικό-γεωγραφικοί σταθμοί στο οποίο ο Εὐδόξος συνέγραφε τα έργα του *Φαινόμενα* και *Ενοπτήριον*.

20. Το πολιτικό πρόβλημα Αθήνας-Σαλαμίνος-Μεγάρων ανάγεται ιστορικά πολύ πριν από τον 7ο αιώνα και εφευρέθηκε το γνωστό ο ποιητής. Την εποχή εκείνη, ἄλλα και πολύ αρχαιότερα, η Αθήνα δεν ήταν τόσο ισχυρή για να σκεταί να αντιμετωπίσει στους της Β. βορείως, ακόμα η πανελλήνια ἀδουαχτή των ετών από τον 7ο κίλιας ακόμα κάνει προφανώς αδιόχητη την επίθεση ομοιοθιόδοξο σοβαρής παρέμβασης. Για τον αριθμό 50, είπαμε ότι συνδέεται με τον ολυμπιακό ενιαίο του 4 ετών. Ακόμα μπορούμε να υποθέσουμε και μια δεύτερη εφαρμογή της «χρυσής» αναλογίας. Η χρυσή τομή του 100 (100x) είναι το 62 (= 50+12) και το 62 (62x) είναι το 38 (38+24) περίμετρος τριάδα 100, 62, 38). Μπορούμε να παραβλέψουμε την αναλογία των αριθμών των πλοίων Αθήνας-Σαλαμίνος με τους αντίστοιχους του στόχου x 421, όπου εκ των 50 ναυαγίων του πλοίου α ή πιστός στον Οδυσσεά είναι 38=50-12).

21. Η πιο βασική εφαρμογή της χρυσής τομής στον Όμηρο σημειώνεται στον «κατάλογο νηών», κατά την αποβίβαση των Αχαιών. Ο Οδυσσεάς έχει το υπ αριθ. 733 πλοία, το πρώτο από τα 12 των Κερραλώνων. Δεξιά του έχει 732 πλοία με πρώτο το 1ο των Βοιωτών και 732ο, το τελευταίο από τα 40 των «εβρών» νηώνων Εχινώνων και του Δουλιχίου. Αριστερά του είναι τα υπόλοιπα 11 των Κερραλώνων και ακολουθώντας τα υπόλοιπα 442 (με πρώτο εξ αυτών το 1ο των Αιτωλών και τελευταίο το 40ό των Μογιτών). Το σύνολο των κοραβιών των Αχαιών είναι 1186 (1186=732+12+442). Είναι 1186x = 1186 · 0.618033 = 732.99 = 733, όπου ο μικρός χρυσός αριθμός, (x = 0.61803396...).

Τα πλοία του Οδυσσεά, στον «αμύρο» της διάταξης είναι 12. Την 12 του Οδυσσεά μιλάει ἄλλοι μὴν ἀπέναντος το δ' ἄνω νηὲς ἔσποντο δὴ δὴ δὴ μιχθῶτα (B 636). Προφανώς η θέση του πλοίου του Οδυσσεά αντανακλά το «χρυσό» γεωγραφικό πλάτος ϕ Δελφῶν-Ἰθάκης (βλ. Γ. Λυκούρα, «Η μουσική γεωγραφία των Δελφῶν», Αρχαιολογία και Τέχνες 86 (2003), σ. 88-91). Όπως γνωρίζουμε από τον Οδυσσεά, η μνηστροφία έγινε την ημέρα της γιορτής του Απόλλων, δηλ. την πιο μεγάλη ημέρα της θερινής τροπής, την ημέρα που κλείνει ο παλιός και αρχαίος ο καινούργιος ενιαίος ο λόγος αυτός

καθορίζει ως φυσικό/στόχο το γεωγραφικό πλάτος της Ιθάκης και των Δελφών. Τουτό αυτού **Λυκάβητος** έλεσται ενθάδ' Ὀδυσσεύς, τού μέν φθινόχου μῆνος, τού δ' ἱσταμένου (ξ 161 και τ 306). Σχετικά με τη μεγάλη ημέρα και εσοχή του Απολλωνία, βλ. φ 257, 267, 280, 338, 364, χ 156, υ 276, ξ 161, τ 306. Η ανακάλυψη που αυτή οραθείται εν πολλοίς στις πηγές της αρχαίας μουσικής θεωρίας, κατά δεύτερο λόγο, στους ιστορικούς της μαθηματικής και της αστρονομίας και κατά τρίτον στους ευρείας επιστημονικής του Κ. Kenyah, *Η μυθολογία των Ελλήνων*, Εκτία, Αθήνα 2001, σ. 594.

22. Το ρήμα *ναύωμαι*-*ω*, δηλώνει συμφωνία με ένγκυρα λέξη και τα χωρία αυτό την επιδεικνύουν, τον άμογο χειρισμό και την ελευθερία των κινήσεων. *ναύω* δε έυστον μέγα *ναύωμαι* εν *παλάμῃ*. Η *παλάμη*, όπως έξρουμ, συμβολίζει την ερευρητικότητα, τη μαθηματική ευρεία και την τεχνική ικανότητα (βλ. λέξη *Liddel-Scott* και Δ. Δημητράκου).

23. Σε επιγράμματα που σώζεται στην *Παλατιή Ανθολογία* (9.339), βλέπουμε ότι το ρήμα *ναύωμαι*-*ω* χρησιμοποιείται για να εκφραστεί και την κίνηση των πούλων, που αλλάζουν ύψος και καμπυλότητα, γέροντας ελαφρά τις φτερούγες τους (*πτερόν αιθέρι ναύωμαι*), εκφρασθ που μας προεισάγει για το πως μπορεί το έυστο να διαγράψει ανάλογες κινήσεις. Ακόμα η δράση του *ναύωμαι* μας θυμίζει και το στριφογύρισμα των *ματιών* και το πέταγμα της σκέψης, όχι μόνο όπως μας λέει ο εθνικός μας ποιητής για τον Όμηρο στην προμετωπίδα η ο Σοφοκλής για τον Τελαμώνα στον *Οιδίποδα Τυραννο* (ώ πάντα *ναύωμαι* Τελαμώνα, *διδάκτα* τε *ἀρρητα* τ' *οὐράνια* τε και *χθονοστήβη*, 300) η ο Πλάτων στον *Κρατύλο* (το γάρ *ναύωμαι* και το *σκοπεῖν ταύτων*, 411D), αλλά όπως μας διδάσκει και ο Παρμενίδης να απορροούμε: *μηδ' σ' ἔθος πολύπειρον ὁδόν* κατά *τηνδ' βίβασθαι*, *ναύωμαι ἄσκοπον ὄμμα* και *ἤχησαν ἀκούην* (*φρα* φωσικ 7), δηλαδή το πλήθος των πληροφοριών των αισθητήτων.

24. Πολλά δέντρα μας δίνουν εύκαμπτα εύλα (*κάλα*), που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές ὄπλων και εργαλείων. Ας θυμηθούμε τον Ηοσιόδ (*πασκά* *ἐπικαμύλλα κάλα*, *Έργα και Ημέρα*, 427). Ένα ὄνομα που μας θυμίζει τον μῆνο είναι ο Τελαμών, ο πατέρας του Αίαντα. Πολλά απ' τα ὄνοματά στον Όμηρο είναι ὁμοίωτα, δηλ. εκφραστικά ιδιότητα. Ας θυμηθούμε τη σχέση του Αίαντα με τους *εὐίτημους τελαμώνιας*, όταν είχε σωθεί απ' το κοράρι του Εκτορα (Ε 404). Αυτό τότε είχε αποκορυφεί απ' τους δύο τελαμώνες, του σπαθίου και της ασπίδας του. Τώρα η ευεργετία του ὄνοματός μεταφέρεται στο έυστον.

25. Βλ. σμ 7. Αυτή η απεικόνιση από τη λογιστική πράξη συνάγει γιατί η τιμή του π ήδη προσεγγιζόταν με το 22/7 και μάλλον πριν γνωστό τουλάχιστον στο καιρό του Ηοσιόδου ότι η τιμή του π «πέλαζε» ανάμεσα στο 3 1/8 (25/8) και 3 1/7 (22/7) (Ηοσιόδ., *Έργα και Ημέρα*, 422-427).

26. Η ακριβέστερη προσέγγιση 22/7 του π, σαφώς ὄδηγει και στις πολύ ενδιαφέρουσες γεωμετρικές εφαρμογές που εισάγονται σαν κανονισμός της νέας τεχνικής. Μπορούμε έτσι να συνδυάσουμε τη μέτρηση του κύκλου 22/7 του Όμηρου και του 12 εχθρούς που σκοτώνει ταυτόχρονα ο Αίας με την κατασκευή του δωδεκαγώνου στη νέα γεωμετρική εποχή, όπως πολύ ὄρθα παρατήρησε η ζωγράφος και σχεδιάστρια του Εθνικού Αρχαιολογικού Μουσείου Δήμητρα Λημνίτσα, που ευγενώς σχεδίασε και αναπαράστησε στην παρούσα μελέτη. Επαρδή οι μονάδες των 22 και 7, συνήθως, είναι διαφύρες (πτήξεις, ποδάς), η αναφορά στο δωδεκάγωνο σημαίνει την εύρεση της αντίστοιχης διαμέτρου D, σύμφωνα με την αναλογία **22/7=12**. Ο Όμηρος ὄχι λοιπόν μας δείχνει την καλύτερη μέθοδο κατασκευής κανονικού πολυγώνου. (Γιατί με τον κύκλο λύνεται το θεωρητικό πρόβλημα της αναπαραγωγής του ενός και του μῆενός, ὄχι μῆενός και ὄχι γὰρ που συμβαίνει στο εὐλιγράμμο τρίγωνο. Στον κύκλο έχουμε ταύτησιν ὄρθης και πέρατος. Το ὄς αρχή ταυτίζεται με το 12 πέρας, όπως στην εκ. 7.)

27. Η Αρμονία κατά τη μυθολογία ήταν καρπός του παρόνομου έρωτα του Αρη και της Αρροδίτης. Ο Όμηρος βάζει τον μουσικό του Αλκίνοο των Φαιακών, Δημόδοκο, να διακωμωδεί τη σχέση αυτή (θ 266). Εν τούτοις η «αρμονία» για τον Φιλόλοο τον Κροτωνιάτη πέραν του κλασικού ορισμού της που του αποδίδεται *ἔστι γάρ ἁρμονία πολυμμένων ἑνωσις* και *δίχα φρονούντων συμφρόνησις* (Νικομάχου Γερασίου, *Αριθμητική εισαγωγή*, II, 19), είναι και *αρμονία δέ πέντε ἐπόδω και δύο δίεσις* (Νικομάχου Γερασίου, *Αρμονικόν Έγχειρίδιον* 9, 17) που για τη θεωρία της μουσικής, δηλ. τα Αρμονικά, σημαίνει $2/1 = (9/8)^3 \cdot (256/243)^2$. Ακόμα, στον Φιλόλοο αποδίδεται και η έκφραση που μας ενδιαφέρει εδώ: *αρμονία δέ μέγεθος ἐστὶ συλλαβῶν* (θλ. 4,3) και ὄς δ' *ἑξῆς* (θλ. 3,2), που μουσικά μεταφράζεται σε $2/1 = (3/2) \cdot (4/3)$,

που σημαίνει ότι η ὁκτάβα (η γεωμετρική ένωση μιας πέμπτης και μιας τετάρτης, δηλ. ένωση ἁρμονος και θήλιος, όπως έχουμε ήδη πει.

28. Η νέα διδυμαρχική μουσική (η παλαιά έχει μάλλον πρώτο εκπρόσωπο τον Αρχλόχο της Πάρου, 7ος αι. π.Χ.), κυριαρχεί στην Αθήνα μετά το β' μιστό του Σου α. π.Χ. Πρώτος εκπρόσωπος της θεωρείται ο Φρύσιος ο Μυθληναίος και κυριαρχεί ο Τυμόθεος ο Μυλήσιος και ο Φιλόδοτος ο Κυθήριος, του οποίου ἑνα και μελωδίες θα παίχουν στον γάμο του Μ. Αλεξάνδρου στα Σούσια, ενώ ἄλλη ἀργότερα κατόπιν επιθυμίας του. Στην ομάδα των «πενανταστῶν» διδυμαρχοποιών της Αθήνας είναι και ο *Ιών* ο Χίος, ο Μελεντιπίδης ο Μηλήσιος, ο Κινθραῖος ο Αθηναῖος κ.ά. που ανατρέψουν τις παλαιές μελωδίες υπό τις ευλογίες του Εὐριπίδη. Οι αναδράσεις των συντηρητικῶν Αθηναίων είναι έντονες και οι κωμικοί διεκτραγουδοῦν την κείνοια του νέου μουσικού της. Στα περισσότερα ἑνα του Αριστοφάνη αλλά και ο κωμικός ποιητής Φερεκράτης διακωμωδοῦν τις «υπερβολές» της νέας μουσικής και τους νεωτερικούς του Εὐριπίδη.

29. Είμαστε υποχρεωμένοι να αναφέρουμε ότι η ἀρχαῖον «τρίχορδη» λύρα, που κουρδίζονταν τέταρτες, ήταν η διάταξη: **Ντο** - ρε - μι - **φα** - σολ - λα - **σι**. Αυτός ήταν ο λόγος που συντηρείται ακόμα και σήμερα η πλάνη της «πέπτο-χορδής» λύρας (Οι αρχαῖοι Ἕλληνες, με τον ὄρο χορδή εννοῦσαν το φθῆγγο) Αρκαλαῖς η λύρα ήταν απ'ταφθῆγγον με 7 νότες, αλλά με τρεις χορδές η **ντο** - **φα** - **ρε** σε δύο «συνημένες», τέταρτες (**ντο-ρε-μι-φα**) (**φα-σολ-λα-σι**). Η νέα ενδεκάχορδη διάταξη που λέγεται και «ενδεκάχορδισμο» και είναι νεωτερικός του Τυμόθεου του Μυλήσιου είναι η παρακάτω: **Ντο** - ρε - μι - **φα** - σολ - λα - **σι** - **ντο** - **ρε** - **μι** - **φα**. Η νέα κίθαρα που προέκυψε έχει 4 βασικές χορδές (**ντο** - **φα** - **ντο** - **φα**) και φυσικά 11 νότες, 10 διαστήματα, (*δεκαβάμονα τῶν ἐχούσων*) και οι τρεις συμφωνίες (*συμφωνίαι τριόδοι*) είναι η τετάρτη (**ντο** - **φα** η **ντο** - **φα**), η πέμπτη (**φα** - **ντο**), και η διασαπῶν ἁρμονία (**ντο** - **ντο** η **φα** - **φα**).

30. Η «προσπέθεια μιας ἑξωτερικῆς μεταφράσεως» ομηρικῶν στίχων (αλλά και στίχων του *Ιων* του Χίου), στην παρούσα μελέτη, έγινε από τον γράφορα με ιδιαίτερη προσοχή στους αριθμούς. Θεωρήσα ότι έτσι θα βρίσκονταν πιο κοντά στη αλήθεια και θα υπηρετούσαν καλύτερα την προοπτική της έρευνάς μου ἄλλιας πιστεύω ότι ο αριθμοί και τα μαθηματικά, όχι μόνο στον Όμηρο, έχουν κάτι απ' την ποιητική ουσία. Ειδικότερα, ὄμως, για την ποιότητα του Όμηρου πιστεύω ότι φαίνεται περισσότερο όταν ταυτίζονται τα μαθηματικά «λογιστικά» και δευτερευόντως σε μια δευτερεύουσα «λογοτεχνική» και βολή γραφικότητας.

The Approach to π in the Homeric Epics

Giorgos Lykouras

According to the conclusions of the research on numbers in the Homeric epics, they have been mainly used in order to reinforce the poetic-literary aesthetics. This happens because numbers in these studies are approached individually and the theory of music as a comparative method has altogether been ignored, although it was crystallized in the classical period and its fundamental principles had appeared long before the Homeric poems. Therefore, if we examine numbers in the epics using the theory of music, we also find out the opposite: the poetic text functions as canvas embellished with "announcements" of mathematical content.

On the basis of the information "On favorable and unfavorable numbers" that Greek Literature supplies, we establish in this article that the ratios of a series of individual numbers or their combinations seem to have a similar function in the epics. Thus, the numbers 11 and 17 are considered to have a disagreeable influence, as also in the classical age. The number 22 (2x11), one of the derived numbers, in relation with the number 7 appears as a "mathematical figuration".

In this way the ratio 22/7 is interpreted as circumference/diameter, which is considered as the Greek approach to π. It should be noted that all the historians of mathematics refer to this approach, but they do not know when it was invented. Finally, it should be also added that the ratio 22/7 (= 3.1428...) is much superior to the other two approaches to π dating from the second millennium BC, namely that of the Babylonians, 3 1/8 (= 3.126), and that of the Egyptians, 256/81 (= 3.1605).